ISSN 1810-0198. Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки
Том 23, № 124 2018

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-838-845
УДК 517.922

СИМВОЛЫ В ПОЛИНОМИАЛЬНОМ КВАНТОВАНИИ: ЯВНЫЕ ФОРМУЛЫ

© **С. В. Цыкина**

ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина»
392000, Российская Федерация, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33
E-mail: tsykinasv@yandex.ru

Аннотация. В настоящей статье мы предъявляем явные формулы для ковариантных символов в полиномиальном квантовании на параэрмитовых симметрических пространствах.
Ключевые слова: группы Ли и алгебры Ли; псевдо-ортогональные группы; представления групп Ли; параэрмитовы симметрические пространства; ковариантные символы; полиномиальное квантование

Предыдущие наши работы, см., например, [1–4], были посвящены построению полиномиального квантования на пара-эрмитовых симметрических пространствах G/H, с псевдо-ортогональной группой $G = \mathrm{SO}_0(p,q)$, а подгруппа H накрывает прямое произведение $\mathrm{SO}_0(p-1,q-1)\times\mathrm{SO}_0(1,1)$. Группа G действует линейно в $\mathbb{R}^n$, $n=p+q$, и сохраняет форму $[x,y]=\sum\lambda_i x_i y_i$, где $\lambda_i=-1$ для $i=1,\ldots,p$ и $\lambda_i=1$ для $i=p+1,\ldots,n$. Мы считаем, что G действует в $\mathbb{R}^n$ справа: $x\mapsto xg$, так что векторы x из $\mathbb{R}^n$ будем записывать в виде строки. Мы рассмотрим общий случай $p>1, q>1$.

В настоящей статье мы делаем добавление к этому построению: мы предъявляем *явные формулы* для символов. Квантование использует два вида символов операторов: ковариантные и контравариантные символы. В настоящей работе мы ограничимся ковариантными символами, мы не будем рассматривать контравариантные символы, поскольку они тесно связаны с ковариантными символами с помощью сопряжения, см. [3], и явные формулы для них легко получаются из аналогичных формул для ковариантных символов.

Пространство G/H можно реализовать несколькими способами. Прежде всего – как многообразие в алгебре Ли $\mathfrak{g}$ группы G. В этой алгебре группа действует по присоединенному представлению. Базис в $\mathfrak{g}$ образован матрицами $L_{ij}=E_{ij}-\lambda_i\lambda_j E_{ji}$, $i<j$, где E_{ij} – матричная единица. Подгруппа H является стационарной подгруппой матрицы $Z_0=L_{1,n}$, так что G/H есть как раз G-орбита в $\mathfrak{g}$ точки Z_0.

Другая реализация дает G/H как подмногообразие в прямом произведении проективизаций конуса $\mathcal{C}$ в $\mathbb{R}^n$. Этот конус состоит из таких точек x, что $[x,x]=0$, $x\neq 0$. Группа G действует на конусе транзитивно. Многообразие $\widetilde{\mathcal{C}}$ образующих конуса $\mathcal{C}$ состоит из прямых (с удаленным началом координат) $[x]=\mathbb{R}^*x$, где $x\in\mathcal{C}$, $\mathbb{R}^*=\mathbb{R}\backslash\{0\}$. Фиксируем на конусе две точки s^- и s^+:

$$s^-=(1,0,\dots,0,-1),\quad s^+=(1,0,\dots,0,1).$$

Группа G действует на $\widetilde{\mathcal{C}}$ естественным образом: $[x]\mapsto[x]g=[xg]$, $g\in G$. На прямом произведении $\widetilde{\mathcal{C}}\times\widetilde{\mathcal{C}}$ группа G действует диагонально: $([x],[y])\longmapsto([xg],[yg])$. Стационарной подгруппой пары $([s^-],[s^+])$ служит подгруппа H. Таким образом, пространство G/H есть G-орбита пары $([s^-],[s^+])$ в $\widetilde{\mathcal{C}}\times\widetilde{\mathcal{C}}$. Она есть единственная открытая плотная G-орбита в $\widetilde{\mathcal{C}}\times\widetilde{\mathcal{C}}$. Эта орбита состоит из пар $([x],[y])$, $x,y\in\mathcal{C}$, таких, что $[x,y]\neq 0$. Обозначим ее через $(\widetilde{\mathcal{C}}\times\widetilde{\mathcal{C}})^\natural$.

Рассмотрим два сечения конуса:

$$\Gamma^-=\{[x,s^+]=-2\}=\{x_1-x_n=2\},$$
$$\Gamma^+=\{[x,s^-]=-2\}=\{x_1+x_n=2\}.$$

Эти сечения пересекаются один раз почти с каждой образующей конуса $\mathcal{C}$. Поэтому линейное действие группы G на конусе дает «дробно-линейное» действие на каждом сечении, определенное почти всюду. Это позволяет ввести координаты (глобальные) на Γ^- и Γ^+ с помощью, соответственно, векторов $\xi=(\xi_2,\dots,\xi_{n-1})$ и $\eta=(\eta_2,\dots,\eta_{n-1})$ из $\mathbb{R}^{n-2}$, а именно, векторам ξ и η отвечают следующие точки из Γ^- и Γ^+, соответственно:

$$x(\xi)=\big(1+\langle\xi,\xi\rangle,\,2\xi,\,-1+\langle\xi,\xi\rangle\big),$$
$$y(\eta)=\big(1+\langle\eta,\eta\rangle,\,2\eta,\,1-\langle\eta,\eta\rangle\big).$$

Здесь $\langle\cdot,\cdot\rangle$ обозначает билинейную форму в пространстве $\mathbb{R}^{n-2}$, которая получается ограничением из формы $[\cdot,\cdot]$:

$$\langle u,v\rangle=\sum_{i=2}^{n-1}\lambda_i u_i v_i.$$

Мы имеем

$$[x(\xi),y(\eta)]=-2N(\xi,\eta),\tag{1}$$

где

$$N(\xi,\eta)=1-2\langle\xi,\eta\rangle+\langle\xi,\xi\rangle\langle\eta,\eta\rangle.$$

Пространство $G/H=(\widetilde{\mathcal{C}}\times\widetilde{\mathcal{C}})^\natural$ можно отождествить (с точностью до многообразия меньшей размерности) с прямым произведением $\Gamma^-\times\Gamma^+$. Тем самым мы вводим в G/H координаты $\xi,\eta\in\mathbb{R}^{n-2}$, назовем их *орисферическими координатами*. Для этих координат выполняется условие $N(\xi,\eta)\neq 0$.

Напомним некоторый материал [5] о представлениях группы $G=\mathrm{SO}_0(p,q)$, связанных с конусом. Мы будем использовать следующие обозначения для «обобщенных степеней»:

$$a^{[m]}=a(a+1)\dots(a+m-1),\quad a^{(m)}=a(a-1)\dots(a-m+1),$$

где a – число, а также обозначение

$$t^{\sigma,\varepsilon} = |t|^\sigma \mathrm{sgn}^\varepsilon t, \quad t \in \mathbb{R}^* = \mathbb{R}\backslash\{0\}.$$

Пусть $\sigma \in \mathbb{C}$, $\varepsilon = 0, 1$. Обозначим через $\mathcal{D}_{\sigma,\varepsilon}(\mathcal{C})$ пространство функций f на конусе класса C^∞ и однородных «степени σ, ε», то есть

$$f(tx) = t^{\sigma,\varepsilon} f(x), \quad x \in \mathcal{C}, \quad t \in \mathbb{R}^*.$$

Представление $T_{\sigma,\varepsilon}$ группы G действует в этом пространстве сдвигами:

$$\left(T_{\sigma,\varepsilon}(g)f\right)(x) = f(xg).$$

Оно порождает представление T_σ алгебры Ли $\mathfrak{g}$ группы G (зависимость от ε исчезает), а также представление T_σ универсальной обертывающей алгебры $\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$ для алгебры Ли $\mathfrak{g}$.

Введем следующую билинейную форму в функциях на $\mathbb{R}^{n-2}$ (то есть в функциях на Γ^- и на Γ^+):

$$\langle\langle f,\, h\rangle\rangle = \int f(\xi)\, h(\xi)\, d\xi = \int f(\eta)\, h(\eta)\, d\eta,$$

интеграл берется по $\mathbb{R}^{n-2}$. В дальнейшем подразумевается, что все интегралы по $d\xi$ и по $d\eta$ берутся по $\mathbb{R}^{n-2}$. Оператор

$$(A_{\sigma,\varepsilon} f)(\xi) = \int N(\xi,\eta)^{2-n-\sigma,\,\varepsilon} f(\eta)\, d\eta$$

сплетает представления $T_{\sigma,\varepsilon}$ и $T_{2-n-\sigma,\varepsilon}$, действующие в функциях на *разных* сечениях. Справедливо соотношение:

$$A_{2-n-\sigma,\varepsilon} A_{\sigma,\varepsilon} = c^{-1}(\sigma,\varepsilon) E,$$

где $c(\sigma,\varepsilon)$ – некоторая функция, аналитическая по σ.

Напомним конструкцию квантования в духе Березина, см., например, [1, 6]. В качестве алгебры операторов, исходной для квантования, мы берем алгебру

$$\mathcal{E}_\sigma = T_\sigma\bigl(\mathrm{Env}(\mathfrak{g})\bigr),$$

образованную операторами $D = T_\sigma(X)$, $X \in \mathrm{Env}(\mathfrak{g})$. В качестве аналога пространства Фока мы берем пространство $\mathcal{D}_{\sigma,\varepsilon}(\Gamma^-)$ функций $\varphi(\xi)$ на сечении Γ^- конуса $\mathcal{C}$. Оно содержится в пространстве $C^\infty(\mathbb{R}^{n-2})$ функций $\varphi(\xi)$ на $\mathbb{R}^{n-2}$ и содержит пространство $\mathcal{D}(\mathbb{R}^{n-2})$. В качестве переполненной системы мы берем ядро сплетающего оператора $A_{2-n-\sigma,\varepsilon}$, а именно, функцию

$$\Phi(\xi,\eta) = \Phi_{\sigma,\varepsilon}(\xi,\eta) = N(\xi,\eta)^{\sigma,\,\varepsilon}.$$

Ковариантный символ F оператора $D = T_\sigma(X)$ есть функция $F(x,y)$ на G/H, в орисферических координатах он определяется формулой

$$F(\xi,\eta) = \frac{1}{\Phi(\xi,\eta)} \bigl((D \otimes 1)\Phi\bigr)(\xi,\eta).$$

В первой реализации пространства G/H – как многообразия в алгебре Ли $\mathfrak{g}$ – он есть функция от элемента Z алгебры Ли $\mathfrak{g}$.

В второй реализации, указанной выше, ковариантный символ F есть функция от пары $([x],[y])$ образующих конуса $\mathcal{C}$, таких что $[x,y]\neq 0$, другими словами, он есть функция $F(x,y)$ от пары (x,y) точек конуса $\mathcal{C}$, таких что $[x,y]\neq 0$, причем эта функция – однородная степени 0 по x и по y, то есть $F(tx,sy)=F(x,y)$ для всех $t,s\in\mathbb{R}^*$.

Функция $N(\xi,\eta)$ есть ограничение на $\Gamma^-\times\Gamma^+$ функции $(-1/2)[x,y]$, см. (1), так что функция $\Phi(\xi,\eta)$ есть (с точностью до множителя) ограничение на $\Gamma^-\times\Gamma^+$ функции $[x,y]^{\sigma,\varepsilon}$. Последняя функция как функция от ξ (и от η) принадлежит $\mathcal{D}_{\sigma,\varepsilon}(\mathcal{C})$ Поэтому ковариантный символ $F(x,y)$ оператора $D=T_\sigma(X)$, $X\in\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$, есть

$$F(x,y)=\frac{1}{[x,y]^{\sigma,\varepsilon}}\,(D\otimes 1)\,[x,y]^{\sigma,\varepsilon}.$$

Ковариантный символ *единичного оператора* есть функция, тождественно равная единице.

Напишем ковариантные символы для операторов, отвечающих элементам *алгебры Ли* $\mathfrak{g}$ (элементам первой степени из $\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$).

Теорема 1. *Пусть L – элемент алгебры Ли $\mathfrak{g}$. Тогда ковариантный символ F оператора $D=T_\sigma(L)$ в первой реализации есть функция*

$$\begin{aligned}F(Z)&=-\frac{1}{2}\,\sigma\,\mathrm{tr}\,(LZ)\\&=-\frac{1}{2(n-2)}\,\sigma\,B_{\mathfrak{g}}(L,Z),\end{aligned}$$

где $B_{\mathfrak{g}}$ – форма Киллинга на $\mathfrak{g}$, а во второй реализации есть функция

$$F(x,y)=\sigma\,\frac{[xL,y]}{[x,y]}. \tag{2}$$

Эта функция есть линейный многочлен на G/H.

Умножение операторов порождает умножение ковариантных символов, обозначим последнее звездочкой $*$ (оно зависит от σ). Пусть F_1, F_2 – ковариантные символы операторов D_1, D_2, соответственно. Так как $D_1D_2\otimes 1=(D_1\otimes 1)(D_2\otimes 1)$, то:

$$(F_1*F_2)(x,y)=\frac{1}{[x,y]^{\sigma,\varepsilon}}\,\big(D_1\otimes 1\big)\,\Big([x,y]^{\sigma,\varepsilon}F_2(x,y)\Big), \tag{3}$$

и – в орисферических координатах:

$$(F_1*F_2)(\xi,\eta)=\frac{1}{\Phi(\xi,\eta)}\,(D_1\otimes 1)\,\Big(\Phi(\xi,\eta)F_2(\xi,\eta)\Big).$$

Приведем явные формулы для ковариантных символов, отвечающих элементам X из $\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$ *произвольного* порядка.

Пусть в формуле (3) оператор D_1 отвечает элементу L из *алгебры Ли* $\mathfrak{g}$. Тогда D_1 – дифференциальный оператор первого порядка, по правилу Лейбница мы имеем $D_1(f \cdot h) = D_1 f \cdot h + f \cdot D_1 h$, так что

$$(F_1 * F_2)(x,y) = F_1(x,y)F_2(x,y) + (D_1 \otimes 1)\, F_2(x,y) \tag{4}$$

$$= F_1(x,y)F_2(x,y) + \frac{d}{dt}\bigg|_{t=0} F_2(xe^{tL}, y). \tag{5}$$

Теорема 2. *Для элемента* $X \in \mathrm{Env}(\mathfrak{g})$ *порядка* k *ковариантный символ оператора* $D = T_\sigma(X)$ *есть многочлен на* G/H *порядка* k *с коэффициентами, зависящими от* σ *полиномиально.*

Сначала – для наглядности – напишем с помощью формул (4), (5) в явном виде ковариантные символы для элементов X из алгебры $\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$ порядка $1, 2, 3$. Достаточно это сделать для X, которые являются произведениями элементов алгебры Ли. Пусть $L, M, K \in \mathfrak{g}$.

Для $X = L$ имеем

$$F(x,y) = \sigma\, \frac{[xL, y]}{[x,y]}\,,$$

это – формула (2). Пусть $X = LM$, тогда

$$F(x,y) = \sigma^{(2)}\, \frac{[xL,y] \cdot [xM,y]}{[x,y]^2} + \sigma\, \frac{[xLM,y]}{[x,y]}\,.$$

Пусть $X = LMK$, тогда

$$\begin{aligned} F(x,y) = \sigma^{(3)}\, & \frac{[xL,y]\cdot[xM,y]\cdot[xK,y]}{[x,y]^3} \\ & + \sigma^{(2)}\, \frac{[xLM,y]\cdot[xK,y] + [xLK,y]\cdot[xM,y] + [xMK,y]\cdot[xL,y]}{[x,y]^2} \\ & + \sigma\, \frac{[xLMK,y]}{[x,y]}\,. \end{aligned}$$

Теперь напишем, с помощью формул (4), (5), в явном виде ковариантные символы для элементов X из алгебры $\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$ *любого порядка* k, которые являются произведениями элементов алгебры Ли. Пусть $X = L_1 L_2 \ldots L_k$, где $L_i \in \mathfrak{g}$. Разобьем множество индексов $I = \{1, 2, \ldots, k\}$ на m подмножеств: $I = I_1 \cup \ldots \cup I_m$. Обозначим через A_s произведение – в порядке возрастания индексов – тех элементов L_j, индексы j которых принадлежат I_s.

Теорема 3. *Для элемента* $X = L_1 L_2 \ldots L_k$, *где* $L_i \in \mathfrak{g}$, *из алгебры* $\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$ *порядка* k *ковариантный символ* $F(x,y)$ *оператора* $D = T_\sigma(X)$ *дается следующей формулой*

$$F(x,y) = \sum_{m=1}^{k} \sigma^{(m)} \sum \frac{[xA_1,y]\ldots[xA_m,y]}{[x,y]^m}\,,$$

где внутреннее суммирование происходит по всем разбиениям множества I *на* m *подмножеств:* $I = I_1 \cup \ldots \cup I_m$.

С другой стороны, дальше мы решаем в некотором смысле *обратную задачу*: у нас есть некоторые специальные (важные) многочлены на G/H, и мы находим операторы, для которых эти многочлены являются символами.

Для σ общего положения пространство ковариантных символов есть пространство $S(G/H)$ всех многочленов на G/H.

Возьмем в алгебре Ли $\mathfrak{g}$ максимальную коммутативную подалгебру (картановскую подалгебру) $\mathfrak{a}$, состоящую из матриц L, ненулевые элементы которых могут стоять только на побочной диагонали:

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & t_1 \\ 0 & 0 & \cdots & t_2 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & t_2 & \cdots & 0 & 0 \\ t_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

напомним, что мы рассматриваем общий случай $p > 1$, $q > 1$. Размерность алгебры $\mathfrak{a}$ равна целой части $[n/2]$ числа $n/2$.

Представление сдвигами группы G в пространстве многочленов $S(G/H)$ разлагается в прямую сумму неприводимых конечномерных представлений в пространствах H_ν. Они нумеруются старшими весами ν относительно алгебры $\mathfrak{a}$. Старший вес – это вектор с $[n/2]$ целочисленными координатами, из которых все координаты, начиная с третьей, равны нулю: $\nu = (a, b, 0, \ldots)$, причем $a \geqslant b \geqslant 0$, $a \equiv b \pmod 2$.

Предъявим старшие и младшие векторы в пространствах H_ν. Старший вектор f_ν^+ и младший вектор f_ν^- в H_ν – это многочлены, собственные для матрицы $\exp X$ с собственными числами $\exp(at_1 + bt_2)$ и $\exp(-at_1 - bt_2)$, соответственно. Обозначим

$$l = \frac{a+b}{2}, \quad c = \frac{a-b}{2}.$$

В орисферических координатах мы имеем

$$f_\nu^+(\xi,\eta) = \Big\{\xi_2 + \xi_{n-1} - \langle\xi,\xi\rangle(\eta_2 + \eta_{n-1})\Big\}^b \cdot \langle\xi,\xi\rangle^c \cdot N(\xi,\eta)^{-l},$$

$$f_\nu^-(\xi,\eta) = \Big\{\eta_2 - \eta_{n-1} - \langle\eta,\eta\rangle(\xi_2 - \xi_{n-1})\Big\}^b \cdot \langle\eta,\eta\rangle^c \cdot N(\xi,\eta)^{-l}.$$

Возьмем в пространстве $\mathfrak{g}$ элементы $M_i^- = L_{1i} + \lambda_i L_{in}$, а в универсальной обертывающей алгебре $\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$ возьмем «частичный элемент Казимира»

$$\Delta^- = \sum_{i=2}^{n-1} \lambda_i (M_i^-)^2.$$

Элемент $M = M_2^- + M_{n-1}^-$ является собственным для элементов алгебры $\mathfrak{a}$ с собственным значением $-t_1 - t_2$. Возьмем следующий элемент из $\mathrm{Env}(\mathfrak{g})$:

$$X_\nu = M^b (\Delta^-)^c.$$

Теорема 4. *Ковариантный символ* F_ν *оператора* $D_\nu = T_\sigma(X_\nu)$ *есть с точностью до множителя минимальный вектор* $f_\nu^-(\xi,\eta)$ *из* H_ν, *а именно,*

$$F_\nu(\xi,\eta) = \lambda_\nu(\sigma)\cdot f_\nu^-(\xi,\eta),$$

где

$$\lambda_\nu(\sigma) = 2^a\,\sigma^{(l)}\,\left(\sigma+\frac{n-4}{2}\right)^{(c)}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Молчанов В.Ф., Волотова Н.Б., Цыкина С.В., Гришина О.В.* Полиномиальное квантование // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2009. Т. 14. Вып. 6-3. С. 1443-1474.

2. *Цыкина С.В.* Символы в полиномиальном квантовании // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2016. Т. 21. Вып. 6. С. 2093-2097. DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2093-2097.

3. *Цыкина С.В.* Об умножении символов в полиномиальном квантовании // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Тамбов, 2017. Т. 22. Вып. 6-1. С. 1341-1345. DOI: 10.20310/1810-0198-2017-22-6-1341-1345.

4. *Tsykina S.V.* Polynomial quantization on para-Hermitian symmetric spaces with pseudoorthogonal group of translations // Idempotent and tropical mathematics and problems of mathematical physics: international workshop. Moscow, 2007. Vol. 2. P. 63-71.

5. *Молчанов В.Ф.* Представления псевдоортогональной группы, связанные с конусом // Математический сборник. 1970. Т. 81. Вып. 3. С. 358-375.

6. *Molchanov V.F., Volotova N.B.* Polynomial quantization on rank one para-Hermitian symmetric spaces // Acta Appl. Math. 2004. Vol. 81. № 1-3. P. 215-232.

Поступила в редакцию 12 апреля 2018 г.
Прошла рецензирование 21 мая 2018 г.
Принята в печать 26 июня 2018 г.

Цыкина Светлана Викторовна, Тамбовский государственный университет им. Г.Р. Державина, г. Тамбов, Российская Федерация, старший преподаватель кафедры функционального анализа, e-mail: tsykinasv@yandex.ru

Для цитирования: *Цыкина С.В.* Символы в полиномиальном квантовании: явные формулы // Вестник Тамбовского университета. Серия: естественные и технические науки. Тамбов, 2018. Т. 23. № 124. С. 838–845. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-838-845

DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-838-845

SYMBOLS IN POLYNOMIAL QUANTIZATION: EXPLICIT EXPRESSIONS

S. V. Tsykina

Tambov State University named after G.R. Derzhavin
33 Internatsionalnaya St., Tambov 392000, Russian Federation
E-mail: tsykinasv@yandex.ru

Abstract. In this work we give explicit expressions of covariant symbols in polynomial quantization on para-Hermitian symmetric spaces.
Keywords: Lie groups and Lie algebras; pseudo-orthogonal groups; representations of Lie groups; para-Hermitian symmetric spaces; covariant symbols; polynomial quantization

REFERENCES

1. Molchanov V.F., Volotova N.B., Tsykina S.V., Grishina O.V. Polinomial'noye kvantovaniye [Polynomial quantization]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2009, vol. 14, no. 6-3, pp. 1443-1474. (In Russian).

2. Tsykina S.V. Simvoly v polinomial'nom kvantovanii [Symbols in polynomial quantization]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2016, vol. 21, no. 6, pp. 2093-2097. (In Russian). DOI: 10.20310/1810-0198-2016-21-6-2093-2097.

3. Tsykina S.V. Ob umnozhenii simvolov v polinomial'nom kvantovanii [On multiplication of symbols in polynomial quantization]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2017, vol. 22, no. 6-1, pp. 1341-1345. (In Russian). DOI: 10.20310/1810-0198-2017-22-6-1341-1345.

4. Tsykina S.V. Polynomial quantization on para-Hermitian symmetric spaces with pseudoorthogonal group of translations. *International Workshop "Idempotent and Tropical Mathematics and Problems of Mathematical Physics"*. Moscow, 2007, vol. 2, pp. 63-71.

5. Molchanov V.F. Predstavleniya psevdoortogonal'noy gruppy, svyazannyye s konusom [Representations of pseudo-orthogonal groups associated with a cone]. *Matematicheskiy sbornik – Sbornik: Mathematics*, 1970, vol. 81, no. 3, pp. 358-375. (In Russian).

6. Molchanov V.F., Volotova N.B. Polynomial quantization on rank one para-Hermitian symmetric spaces. *Acta Appl. Math.*, 2004, vol. 81, no. 1-3, pp. 215-232.

Received 12 April 2018
Reviewed 21 May 2018
Accepted for press 26 June 2018

Tsykina Svetlana Victorovna, Tambov State University named after G.R. Derzhavin, Tambov, the Russian Federation, Senior Lecturer of the Functional Analysis Department, e-mail: tsykinasv@yandex.ru

For citation: Tsykina S.V. Simvoly v polinomial'nom kvantovanii: yavnye formuly [Symbols in polynomial quantization: explicit expressions]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: estestvennye i tekhnicheskie nauki – Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences*, 2018, vol. 23, no. 124, pp. 838–845. DOI: 10.20310/1810-0198-2018-23-124-838-845 (In Russian, Abstr. in Engl.).